Archimede

RIVISTA PER GLI INSEGNANTI E I CULTORI DI MATEMATICHE PURE E APPLICATE

ANNO LXVII APRILE-GIUGNO 2016

2/2016

Le Monnier

Archimede

Archimede è forse la più longeva rivista italiana di divulgazione matematica. Come ci racconta Antonio Salmeri in questo numero, nasce come «Il bollettino di matematica» nel 1902, e solo nel 1949 prenderà il nome attuale. Ne siamo fieri, ma in questo secondo numero del 2016, cercheremo ancora una volta di far dimenticare il peso dei nostri anni. Steve Humble ci presenta infatti un gioco di carte sorprendente, con una scommessa che sembra equa, ma non lo è. Luigi Squillante, Sara Rutigliano e Andrea Minotti propongono invece un modo innovativo, con tanto di sequenza televisiva, di parlare del concetto di discontinuità di una funzione. Luciano Battaia introduce la sua esauriente raccolta, curata con Ercole Suppa, di tutti i temi proposti ai vari esami di maturità dal 1923 a oggi. E ancora le rubriche, a cui si aggiungono le Strane storie matematiche di Anna Baccaglini-Frank e Pietro Di Martino. E infine, per il fumetto, Andrea Plazzi ci propone un improbabile esperimento realizzato da Giovanni Eccher (testi) e Gabriele Peddes (disegni, che realizza anche la bella immagine di copertina), basato sul famoso problema di Monthy Hall: Blaise Pascal e Pierre de Fermat discutono durante una cena, e il risultato è tutt'altro che banale.

Le Monnier

SOMMARIO

MODALITÀ DI ABBONAMENTO 2016

Abbonamento per annata	per l'Italia	Euro 26,90
	per l'Estero	Euro 53,70

Pagamento

- Per i privati a mezzo versamento anticipato sul conto corrente postale n. 30896864 intestato a: **Mondadori Education S.p.A. Servizio Periodici** – viale Manfredo Fanti, 51/53 – 50137 Firenze, oppure tramite bonifico bancario: IBAN IT 31 M 061600 28251 00000001564 Banca CR Firenze, Viale Europa 27/A 50126 – Firenze;
- a ricevimento fattura per gli enti e le istituzioni aventi personalità giuridica.

È possibile abbonarsi alla Rivista, acquistare i fascicoli arretrati, ***in versione digitale***, sul sito www.torrossa.it (Permalink: http://digital.casalini.it/22396314).

NORME PER I COLLABORATORI DELLA RIVISTA PER L'ANNO 2016

- I contributi possono essere inviati in formato elettronico al direttore Roberto Natalini per posta elettronica (roberto.natalini@cnr.it), rispettando le seguenti caratteristiche:
  – file in formato .doc e .pdf
  – le immagini fornite devono avere una definizione minima di 300 dpi

Redazione: **Archimede** – Viale Manfredo Fanti, 51/53 – 50137 Firenze – tel. 055-5083223. Indirizzo di posta elettronica: mongatti@lemonnier.it.

Amministrazione e Ufficio Abbonamenti: **Mondadori Education S.p.A. Servizio Periodici** – Viale Manfredo Fanti, 51/53 – 50137 Firenze – tel. 055-5083220 – fax 055-5083293. Indirizzo di posta elettronica: riccardo.alessi@mondadori.it.

- Gli Autori sono pregati di inviare i loro contributi redatti in modo definitivo. Gli Autori riceveranno una sola volta le bozze del loro contributo, esclusivamente per riportare correzioni per errori di stampa.

- Gli Autori riceveranno un estratto in formato pdf.

- Degli scritti originali pubblicati su questa Rivista è riservata la proprietà letteraria.

Archimede sul web:

http://www.pianetascuola.it/risorse/media/riviste_def/archimede/archimede.htm

La rivista è stampata con un contributo del Ministero per i Beni Culturali

Direttore responsabile: Sergio Saviori

Iscritta nel Registro del Tribunale di Firenze al n. 79 in data 5-III-1949 – Poste Italiane s.p.a. – Spedizione in A.P. - D.L. 353/03 (conv. in L. 27/02/04 n. 46) art. 1, comma 1 - DCB Firenze

TMB Grafiche s.r.l. - Gorgonzola (Milano) – Giugno 2016

in questo numero

RIVISTA TRIMESTRALE

Fondata come

IL BOLLETTINO DI MATEMATICA

nel 1902 da Alberto Conti

2

2016

ISBN 978-88-00-88089-3

9 788800 880893

Le Monnier

ISSN 0390-5543

Illustrazione di copertina di Gabriele Peddes

Poste Italiane s.p.a. - Spedizione in A.P. - D.L. 353/03 (conv. in L. 27/02/04 n. 46) art. 1, comma 1 - DCB Firenze

Prezzo del presente fascicolo Euro 7,30

QUANTE PROBABILITÀ CI SONO?

di Steve Humble

L'attività descritta in questo articolo si interessa a come si possa scoprire un ordine in eventi apparentemente casuali. Ho notato che le attività di matematica ricreativa sono utili nei corsi scolastici di matematica e anche quando portiamo la matematica fuori dalle classi, per strada, per coinvolgere il pubblico. La matematica ricreativa serve a illustrare le connessioni tra il mondo reale e ciò che i ragazzi hanno studiato a scuola. Così facendo, ragazzi e adulti sono coinvolti con lo stesso entusiasmo dalla ricchezza di idee interessanti della matematica.

David Hilbert ha scritto

> *Una teoria matematica non può essere considerata completa finché non è stata resa così chiara da poterla spiegare alla prima persona che si incontra per strada.*

E tuttavia, dicendo questo, dobbiamo ricordarci sempre che la matematica non è l'argomento preferito dalle persone e nonostante i nostri sforzi per portare la matematica in pubblico, ci saranno dei limiti naturali alle cose che possiamo rendere interessanti. Un esempio estremo di questa osservazione si ritrova in Paul Koebe che aveva risolto il ventiduesimo dei trentatré problemi per il XX secolo posti da Hilbert nel 1900. Si racconta infatti che

> *quando Koebe era in viaggio e si fermava in un hotel, prenotava dando nomi falsi, per paura che il personale di servizio lo assediasse con domande sulla sua nuova teoria.*

Personalmente ho trovato che un buon modo per fare della «matematica coinvolgente» è di dire al pubblico (studenti e/o un pubblico generalista) di non voler parlare di matematica, ma far capire che ci sarà un po' di teatro, un po' di matematica e un po' di MAGIA!

UN GIOCO DI CARTE

Il gioco di carte basato sulla probabilità descritto in questo articolo è una variante del Gioco di Penney (vedi le referenze da [1] a [11]), usando un mazzo di normali carte da gioco. Il gioco originale è stato inventato da Walter Penney nel 1969, ed è basato sull'osservazione dell'uscita di gruppi di testa o croce quando viene lanciata ripetutamente una moneta. Fai scegliere al tuo avversario (primo giocatore) una

ALBERTO CONTI, IL BOLLETTINO DI MATEMATICA E ARCHIMEDE

di Antonio Salmeri

Archimede
RIVISTA TRIMESTRALE
Fondata come
IL BOLLETTINO DI MATEMATICA
nel 1902 da Alberto Conti

Chi era Alberto Conti? Qual è la storia de *Il Bollettino di Matematica*?

Nel gruppo dei docenti di matematica del periodo che va dal 1861 al 1920, Alberto Conti si distingue nettamente per conoscenza della matematica, capacità gestionali, impegno nella divulgazione, consapevolezza dei problemi dell'insegnamento della matematica, sensibilità sociale nella promozione della formazione professionale e rapporti fecondi con i matematici dell'università.

A. Conti nacque a Firenze il 3 dicembre 1873. Gli studi secondari li compì tutti nella sua città natale presso l'Istituto Tecnico «Galileo Galilei»; gli studi superiori, di matematica, li compì presso la R. Università di Pisa in qualità di normalista dal 1891 al 1895, dove fu allievo di Ulisse Dini, Luigi Bianchi ed Eugenio Bertini. Si laureò nel 1895 con una tesi in Geometria Superiore *Sulla teoria della connessione*.

L'anno successivo, dopo aver vinto il concorso dinanzi una commissione composta da Salvatore Pincherle e Giulio Pittarelli, ebbe la nomina a Reggente nella Scuola Normale di Belluno e nell'ottobre 1898 fu trasferito alla R. Scuola Normale «Anna Morandi Manzolini» di Bologna, dove iniziò a frequentare le riunioni della Sezione Emiliana Mathesis, «Associazione fra gli Insegnanti di Matematica delle Scuole Medie», incontrando fra gli altri i professori Ugo Amaldi, Cesare Arzelà, Roberto Bonola, Federigo Enriques e Pincherle.

Nel 1899 fondò *Il Bollettino di Matematiche e di Scienze Fisiche e Naturali, periodico destinato agli insegnanti delle scuole elementari, inspirato ai principi rigorosi della matematica*, il cui primo numero uscì nel gennaio del 1900.

Nel 1900 Conti viene chiamato a collaborare all'opera *Questioni riguardanti la geometria elementare* coordinata da Enriques ed edita da Nicola Zanichelli. Fra gli altri collaboratori, oltre ad Enriques, troviamo Amaldi, Bonola, Guido Castelnuovo. Negli anni successivi l'opera fu notevolmente ampliata con il titolo di *Questioni riguardanti le matematiche elementari* con nuovi argomenti trattati da Enrico Bompiani, Duilio Gigli e Giovanni Vailati.

Nel 1901 Conti viene nominato Vice Presidente della «Federazione Nazionale degli Insegnanti» fondata da Kirner e Salvemini e nello stesso anno, in occasione del secondo Congresso dell'Associazione Mathesis tenuto a Livorno, viene chiamato a tenere una relazione su «L'insegnamento della matematica elementare nelle scuole complementari e normali».

MATEMATICA ALLA MATURITÀ: RACCOLTA DEI TEMI ASSEGNATI ALL'ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

di Luciano Battaia

Preparare in maniera specifica gli studenti ad affrontare la prova conclusiva del corso di studio di istruzione secondaria superiore è, giustamente, una delle preoccupazioni fondamentali di ogni docente dell'ultimo anno. Anche i libri di testo prevedono di norma capitoli dedicati a questo scopo e numerose sono le pubblicazioni specifiche reperibili sia in letteratura che sulla rete Internet.

L'esperienza accumulata nei molti anni di insegnamento ci ha quindi portato a ritenere molto utile una *guida completa*, facilmente aggiornabile per tenere conto delle continue novità legate alle frequenti sessioni d'esame e, ultimamente, anche alla divulgazione di simulazioni proposte dal Ministero. Le pubblicazioni a stampa faticano a tenere il passo con queste continue novità, mentre il materiale reperibile sui siti Internet, pur meritorio in molti casi, è spesso frammentario, per la natura stessa di quel tipo di divulgazione.

Queste considerazioni hanno suggerito a chi scrive e all'amico Ercole Suppa l'idea di cercare di raccogliere in un unico volume in formato elettronico *le tracce di tutti i temi assegnati* dalla nascita del Liceo Scientifico, a seguito della riforma Gentile, fino ai nostri giorni, volume da diffondere poi a titolo gratuito attraverso la rete Internet.

Lo scopo era inizialmente solo quello di fornire un manuale di rapida consultazione, in continua evoluzione. Il lavoro di ricerca dei temi via via assegnati ci ha portati successivamente a includere anche le prove assegnate nelle scuole all'estero, nonché nelle varie sperimentazioni che sono state attivate a partire dal 1990, in particolare quella del *Piano Nazionale Informatica*. Siamo inoltre riusciti a reperire alcuni dei temi assegnati all'esame di licenza della *Sezione Fisico-Matematica* dell'Istituto Tecnico, la scuola a cui era principalmente affidata l'istruzione scientifica prima della riforma Gentile.

Tutto questo ci ha portati a comprendere il valore documentale della pubblicazione, che può rappresentare un utile strumento per capire l'evoluzione delle conoscenze matematiche richieste ai candidati e quindi, visto il tipo di scuola, ritenute indispensabili per una buona cultura scientifica di base in vista dell'accesso ai corsi universitari.

Abbiamo quindi deciso di ampliare la pubblicazione aggiungendo un ampio excursus storico e alcune osservazioni e commenti, in gran parte originali, sulle prove via via assegnate.

CONTINUITÀ E DISCONTINUITÀ DI UNA FUNZIONE: UNA PROPOSTA DIDATTICA INNOVATIVA

di Luigi Squillante, Sara Rutigliano, Andrea Minotti

INTRODUZIONE

La trattazione di continuità e discontinuità di una funzione nei testi del quinto anno della scuola superiore risulta ancora generalmente legata ad un approccio tradizionale che privilegia un'esposizione assiomatica (definizione → esempio) e una classificazione quasi «botanica» delle discontinuità in tre tipologie, che in alcuni casi non appare sempre rigorosa.

Si chieda, ad esempio, a bruciapelo, a studenti o anche insegnanti se l'iperbole equilatera di equazione $y = k/x$, con k una costante reale, sia o meno una funzione continua (facendo attenzione a non chiedere *dove*). Molte delle risposte probabilmente si focalizzeranno sul fatto che in $x = 0$ la funzione presenta una discontinuità di seconda specie. Tuttavia la definizione di continuità implica che il punto in cui la si valuti appartenga al dominio della funzione e, a rigore, poiché in $x = 0$ non è definita, l'iperbole risulta in realtà *continua in tutto il suo dominio.* Al di fuori di quest'ultimo, infatti, la funzione non esiste e non ha senso chiedersi quali comportamenti abbia. Alcuni testi, inoltre, associano la discontinuità di seconda specie alla presenza di asintoti, inglobando in questa categoria casi come il punto $x = 0$ per la funzione $y = \log(x)$, attentando, di fatto, allo status di quella che sembrerebbe una funzione continua in tutto il suo dominio.

Quella di seguito esposta è, invece, la proposta di un percorso didattico che possa superare tali criticità, sviluppando una trattazione che risulti rigorosa ma che stimoli gli studenti attraverso l'uso di esempi interessanti che portino solo in ultima via alla formalizzazione matematica.

1. I VOTI IN PAGELLA

Si può partire da un caso di sicuro molto familiare e caro agli studenti, vale a dire l'assegnazione di un voto finale in pagella che deve essere sintetizzato da un valore intero, a fronte di un numero razionale che scaturisce dalla media delle valutazioni ricevute durante il periodo scolastico considerato.

In generale una funzione di questo tipo è rappresentata da un andamento «a gradino», con un dominio che spazia sui reali compresi tra 0 e 10 e un codominio che di solito contempla gli interi da 2 a 10, in virtù del fatto che molte scuole non permettono l'assegnazione di voti finali inferiori al 2.

La nostra funzione $f : \mathbb{R}\,[0: 10] \to \mathbb{N}\,[2: 10]$ può essere così schematizzata:

STRANE STORIE MATEMATICHE

La didattica della matematica e l'interpretazione dei fenomeni di classe

di Pietro Di Martino e Anna Baccaglini-Frank

«Strane Storie» è un film italiano del 1994, opera prima del regista Franco Baldoni. Il film racconta di un viaggio in treno, un treno di quelli di una volta, con gli scompartimenti. Uno dei viaggiatori, per far passare il tempo alla figlia, le racconta tre storie surreali; storie nelle quali i protagonisti sono gli altri viaggiatori presenti all'interno dello stesso scompartimento, dei quali il narratore cerca di riprodurre caratteristiche e comportamenti osservati e inferiti durante il viaggio.

Il film si conclude al termine del viaggio, i viaggiatori scendono dal treno e si trovano di fronte a qualcosa che evoca un fatto reale (legato ad un fatto di cronaca nera italiana). Il pensiero evocato nello spettatore è che il fatto reale sia molto più surreale e inspiegabile dei racconti fantasiosi ascoltati fino a quel momento.

Con la rubrica «Strane storie matematiche» vogliamo innanzitutto parlare dei fenomeni matematici reali che avvengono ai vari livelli educativi: dalla scuola dell'infanzia al post-laurea; consapevoli che al di là delle differenze di età degli allievi, di formazione degli insegnanti e di contenuti, molti fenomeni siano tra loro collegati, e con la convinzione che vedere e interessarsi dei fenomeni che avvengono ad altri livelli educativi (anteriori o posteriori) sia fondamentale per ogni insegnante, e per pensare davvero in verticale nell'educazione matematica dei nostri studenti.

Se si presenteranno e commenteranno episodi reali, di classe, perché il titolo «strane storie»? Perché, come per il finale del film, spesso l'insegnante non sa come interpretare tali episodi, è in difficoltà a valutarne le cause, non è soddisfatto di come riesce ad affrontarli.

Strane storie parlerà di episodi non solo reali, ma anche ricorrenti.

In questa rubrica presenteremo, di volta in volta, alcuni episodi paradigmatici tratti dalla letteratura nazionale e internazionale in didattica della matematica, da sperimentazioni di insegnanti che collaborano con noi o da altre fonti (articoli su giornali, social network).

E, se vorrete, di episodi raccontati direttamente da voi.

La rubrica è pensata come uno spazio di confronto con il lettore, in cui il lettore è chiamato a «metterci del suo», e nasce con l'idea di perseguire tre obiettivi che ci appaiono molto significativi.

Il primo è *sfidare* il lettore a riflettere sugli episodi, valutarne la rilevanza e dare la sua interpretazione (o le sue interpretazioni) e, se vuole, condividerla con la redazione. La sfida vuole essere il pretesto per invitare il lettore a prendersi il tempo per riflettere su episodi che riteniamo significativi per l'insegnamento della matematica.

LA LEVA DI ARCHIMEDE
Matematica con OpenSCAD e Stampanti 3D
di Davide Passaro

In questo articolo si cercheranno di illustrare le prospettive innovative offerte dall'utilizzo delle stampanti 3D nell'insegnamento della matematica e in particolare della geometria nella scuola secondaria di primo e secondo grado. Per questo sarà presentato un software di modellizzazione tridimensionale (*OpenSCAD*) e alcuni possibili esempi di applicazioni alla matematica. È utile osservare che, anche se nella scuola non dovesse essere presente una stampante 3D, è possibile utilizzare dei servizi di stampa *on demand* che stampano e spediscono in tutta Italia a seguito dell'invio di un file generato da OpenSCAD. In ogni caso anche solo la visualizzazione tridimensionale permette notevoli spunti didattici e, al tempo stesso, l'utilizzo del software 3D offre agli studenti un possibile strumento di conoscenza utile per il proprio percorso personale, anche per coloro che non dovessero proseguire negli studi universitari. Tra le motivazioni a favore della sperimentazione di un percorso di questo tipo c'è, in base alla mia esperienza didattica, la presenza di un forte interesse fra gli studenti (e una parte delle famiglie) per le stampanti 3D e per tutto ciò che ruota intorno al mondo dei *«maker»*.

COME FUNZIONA OPENSCAD

OpenSCAD è un *software CAD* (*Computer-Aided Drafting*, ossia che serve a disegnare con l'aiuto del computer) libero e multipiattaforma per la creazione di solidi 3D, che è facilmente installabile in qualunque laboratorio informatico.

A differenza di altri software più adatti a realizzazioni artistiche, OpenSCAD è pensato per essere un compilatore 3D, ovvero un programma che legge uno script e lo trasforma in un modello 3D. Il vantaggio di questo approccio, dal punto di vista didattico, è quello di permettere agli studenti un vero e proprio controllo di quanto si costruisce per mezzo di istruzioni che, in molti casi, sono legate da vicino a concetti matematici. OpenSCAD può essere usato, ovviamente, a diversi livelli di difficoltà e, come vedremo nei seguenti esempi, ha un utilizzo intuitivo nella definizione degli oggetti tridimensionali più semplici. Anche gli studenti senza un background informatico, quindi, possono utilizzarlo avvalendosi della vasta serie di esempi presenti in Internet e della comunità di utenti che mette a disposizione guide ed esempi di codice. L'obiettivo di questo articolo non è quello di essere un tutorial per l'utilizzo di OpenSCAD, ma di fornire degli spunti didattici. Nella bibliografia finale si indicheranno dei riferimenti a guide utili per approfondire la conoscenza di OpenSCAD.

Nel seguito vorrei invece presentare alcune nozioni di base necessarie per un primo utilizzo del software e per la comprensione degli esempi successivi. Il programma presenta un'interfaccia grafica con tre riquadri. Il riquadro di sinistra è dedicato all'inserimento dello script. A seguito della compilazione, nel riquadro in alto a destra compare il progetto tridimensionale indicato dallo script mentre in quello in basso a destra sono presenti i messaggi di errore, warning e log forniti dal programma (vedi figura 1).

Nell'esempio contenuto nella figura 1 si nota come, con semplici istruzioni come *sphere* e *cylinder*, è possibile generare i corrispondenti solidi e al contempo utilizzando *translate* è possibile traslare il cilindro in modo da non sovrapporlo alla sfera.

Particolarmente utili sono le opzioni di visualizzazione che consentono allo studente di osservare da tutte le direzioni e in modo dinamico quanto realizzato in modo analogo a software didattici dinamici come, per esempio, *Geogebra*.

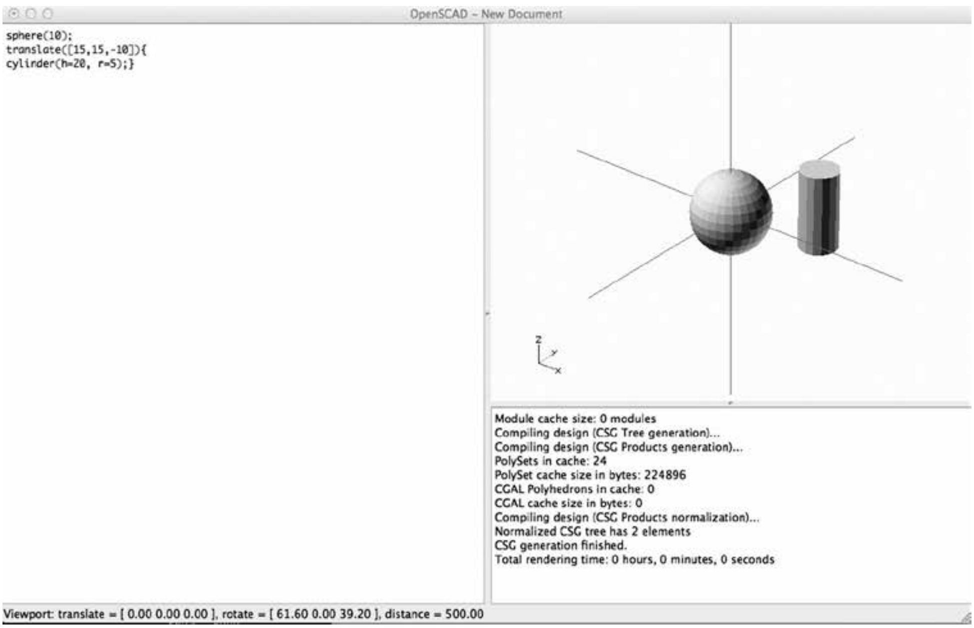

Figura **1** – Esempio di script in OpenSCAD in cui si mostrano le tre zone (scripting, visualizzazione immagine e messaggi di warning ed errore)

È possibile realizzare in modo molto semplice solidi come sfere, cubi nonché unione e intersezione fra volumi. Nella figura 2 è mostrato un esempio di utilizzo delle istruzioni *union* e *difference.*

UNDER 14

Dal ritagliare al dimostrare: i rettangoli isoperimetrici

di Monica Testera

Questa immagine non è stampabile. Se importante mandare originale in alta qualità altrimenti eliminare

La seguente proposta didattica mostra come, da attività semplici e manipolative quali il ritaglio di figure su cartoncini colorati, possano nascere idee per strategie dimostrative. Il contesto è di norma una classe seconda della secondaria di I grado e le modalità di attuazione prevedono l'uso di schede predisposte, righello, matita, cartoncini colorati e forbici.

Prima sessione ***«Disegniamo»***. Il percorso inizia con la seguente consegna: *Disegna 4 rettangoli diversi aventi tutti lo stesso perimetro di 20 cm.* La richiesta, da svolgere individualmente con righello e matita, viene proposta su una scheda predisposta con quattro griglie quadrettate con il lato della quadrettatura lungo 1 cm. Successivamente gli studenti, divisi in gruppi, svolgono la consegna della seconda scheda: *Confrontate i metodi seguiti per disegnare i diversi rettangoli.* A seguito di queste due schede si procede con una discussione di classe, nella quale dovrebbe emergere la riflessione sulle differenti possibilità di scelta delle misure delle lunghezze delle dimensioni del rettangolo e su quante possibilità si possono avere. Tale discussione può essere stimolata, per esempio, con una consegna aggiuntiva del tipo: *Trova dei rettangoli diversi da quelli dei compagni*. Qualora gli alunni non prendano in considerazione il quadrato, le consegne diventano utili strumenti di recupero delle conoscenze sui quadrilateri e del fatto che il quadrato è un rettangolo.

Seconda sessione ***«Costruiamo e ritagliamo»***. Si prosegue con la richiesta di costruire su cartoncini colorati i rettangoli precedentemente disegnati sui fogli quadrettati e di ritagliarli. La scheda successiva, da svolgere in gruppo, contiene la seguente consegna: *Tutti i rettangoli che avete disegnato e costruito col cartoncino hanno lo stesso perimetro: rettangoli di questo tipo si dicono* ***rettangoli isoperimetrici****. Che cosa potete dire delle loro aree? Sono tutte uguali?* Ne segue una discussione di classe e, se non emerge nel confronto, l'insegnante richiede: *quale pensate che sia quello di area maggiore? Perché?* Attraverso esplorazioni numeriche gli studenti scoprono che tra tutti i rettangoli isoperimetrici il quadrato è quello con area maggiore. Alla richiesta di cercare di giustificare l'affermazione non utilizzando le misure dei lati dei rettangoli disegnati, gli alunni manipolano i modelli di cartoncino e realizzano, solitamente in modo autonomo, la strategia utile per l'av-

ARCHILUDICA
I problemi di Maurizio Codogno

PROBLEMA 1

Si segnino n punti ($n \geq 3$) su una circonferenza, e si piazzi un gettone su ciascuno di essi. A questo punto, si spostino i gettoni secondo questa regola: a ogni mossa si scelgano due gettoni qualunque e li si muova sul punto successivo, uno in senso orario e l'altro in senso antiorario. In quali casi è possibile fare in modo che tutti i gettoni finiscano in un solo punto?

PROBLEMA 2

Il famigerato sultano che ama i giochi con i cappelli colorati ha fatto questa volta prigionieri quindici matematici; prima dell'inevitabile condanna a morte per aver cercato di diffondere la cultura, lascia loro una possibilità di salvezza. I matematici saranno bendati, e verrà messo loro in testa un cappello che potrà essere per ciascuno bianco o nero, a seconda del risultato del lancio di una moneta (equa). Quando le bende saranno levate, ognuno potrà vedere il colore di tutti i cappelli tranne il proprio. I matematici saranno poi portati via uno per volta, e ognuno di loro dovrà scrivere su un foglietto il colore del proprio cappello, oppure non scrivere nulla. Alla fine della procedura, se almeno uno dei matematici avrà indovinato il colore del proprio cappello e nessuno avrà indicato il colore sbagliato saranno tutti liberati; ma se qualcuno avrà sbagliato, oppure nessuno ha risposto, saranno tutti giustiziati.

Prima di iniziare l'operazione, il sultano concede ai prigionieri di definire una strategia: in fin dei conti, dice loro, potrete effettivamente dimostrare le vostre supposte capacità. Qual è la strategia migliore a disposizione dei matematici, e quale probabilità hanno di salvarsi?

RISPOSTA 1

Si potrà far giungere tutti i gettoni in un solo punto se e solo se n è dispari. Se n pari, umeriamo da 0 a $n-1$ i punti sulla circonferenza e associamo a ogni gettone il numero corrispondente. La somma dei valori, modulo n, sarà $n/2$. Ogni mossa possibile lascia intatta questa somma, perché viene tolto 1 da un gettone e sommato 1 dal secondo: quindi non è mai possibile raggiungere 0. Poiché possiamo scegliere a piacere il punto di partenza della numerazione, se ne deduce che non si potrà mai ottenere l'obiettivo. Per far vedere che è possibile far giungere tutti i numero di prigionieri; i prigionieri che non indicano nulla non cambiano questo valore atteso. Il modo per rendere il più sbilanciata possibile verso la salvezza una distribuzione di probabilità è massimizzare il valore atteso di una sconfitta e minimizzare quello di una vittoria, in modo da poter avere il numero più alto di vittorie possibili che si contrappongano alla sconfitta lasciando una somma algebrica nulla. La sconfitta peggiore è quella con quindici errori (differenza –15), la vittoria più parca è quella con un'ipotesi corretta e quattordici prigionieri silenziosi (differenza +1); si può dunque arrivare ad avere una sconfitta accompagnata da quindici vittorie, e quindi raggiungere al massimo 15/16 come probabilità di vittoria.

(Problema tratto da Puzzling Stack Exchange,
http://puzzling.stackexchange.com/q/15938/70)

Maurizio Codogno
blogger, divulgatore
dotmaudot@gmail.com

ARCHILUDICA
Fuori dalle vie battute
dei Rudi Mat(h)ematici

Il mestiere dell'insegnante è il più difficile del mondo. O forse no, esistono magari professioni peggiori (disinnescatori di bombe, dentisti di tigri, dissodatori di sabbie mobili), ma si tratta in genere di lavori non troppo diffusi. Agli insegnanti è invece quotidianamente richiesto di fare contemporaneamente cose radicalmente diverse e opposte, quali ad esempio dare le basi e i fondamenti della propria materia agli studenti, e nel contempo stimolarne l'originalità.

Si tratta di una palese contraddizione in termini: per insegnare le basi, occorre giocoforza partire dai fondamenti consolidati, e inevitabilmente bisogna iniettarli quasi a forza, senza troppa dialettica: per stimolare l'originalità occorre invece mostrare spietatamente i limiti delle informazioni, il perimetro di validità dei concetti, e sotto sotto stimolare l'istinto critico (e anche quello rivoluzionario) dei giovani; al fine di, se non proprio demolire la dottrina, quantomeno essere pronti a cavarsela anche al di fuori dalla vie battute.

Certo, se si è un premio Nobel, se si è universalmente celebrati come un genio, è facile scrivere un libro dal titolo *Deviazioni perfettamente ragionevoli dalle vie battute*, come ha fatto il grande Richard P. Feynman; ma Dick non doveva fare i conti con sette od otto classi piene di un paio di dozzine di studenti con perso-

ARCHIMEDE LOGICA
Schemi ontologici
di Ruggero Pagnan

L'espressione «schema ontologico» è una delle possibili traduzioni in italiano dell'originale nome inglese «olog» per il genere di oggetti che descriveremo in questo articolo. La parola «olog» deriva dall'espressione inglese «ontology log» che potrebbe tradursi approssimativamente come «registro essenziale» o forse meglio come «registro di ciò che costituisce informazione essenziale», relativamente a una situazione reale. Pertanto, uno schema ontologico registra ciò che costituisce informazione essenziale relativamente a una situazione reale.

Gli schemi ontologici sono strumenti di recentissima introduzione nell'ambito della logica matematica applicata all'informatica, di particolare utilità nel settore della logica per la rappresentazione della conoscenza e della progettazione concettuale delle basi di dati. Per approfondimenti, il lettore interessato può fare riferimento a [1, 2]. Gli schemi ontologici sono grafi, cioè insiemi di vertici connessi da frecce, e a prima vista potrebbero sembrare semplici mappe concettuali. La realtà è profondamente diversa. La progettazione di uno schema ontologico come modello per rappresentare una certa porzione di conoscenza avviene in accordo con criteri matematici rigorosi direttamente derivanti da nozioni fondamentali in teoria delle categorie, cfr. [1], che è una delle branche più astratte della matematica, talvolta menzionata come «matematica della matematica». Nonostante ciò, comprendere e utilizzare gli schemi ontologici è facile e per iniziare è sufficiente avere dimestichezza con la nozione di funzione. Pertanto, in sintesi, gli schemi ontologici possono venire sì pensati come mappe concettuali, però dotate di struttura, quella determinata dalle regole matematiche che ne sovrintendono la progettazione, quella che garantisce l'integrità logica dell'informazione in essi registrata e che inoltre rende tale informazione trasmissibile da schema a schema per mezzo di un'opportuna nozione di omomorfismo, la qual cosa non è possibile tra usuali mappe concettuali.

In questo articolo vogliamo argomentare in favore dell'utilizzo degli schemi ontologici spiegando gli aspetti basilari inerenti la loro progettazione; anche con la speranza di riuscire a fornire spunti di riflessione per il loro utilizzo da parte di docenti e studenti, come possibili strumenti compensativi nell'ambito di problematiche relative ai disturbi specici dell'apprendimento. Con particolare riferimento a questa tematica è importante tenere presente che gli schemi ontologici nascono per venire modificati a più riprese, al fine di migliorare l'accuratezza dell'informazione in essi registrata. Ciò che giustifica questo modo di intendere è un fatto che può sembrare in contraddizione con il rigore che caratterizza la loro progettazione e che nonostante questo deve venire tenuto ben presente e considerato come un