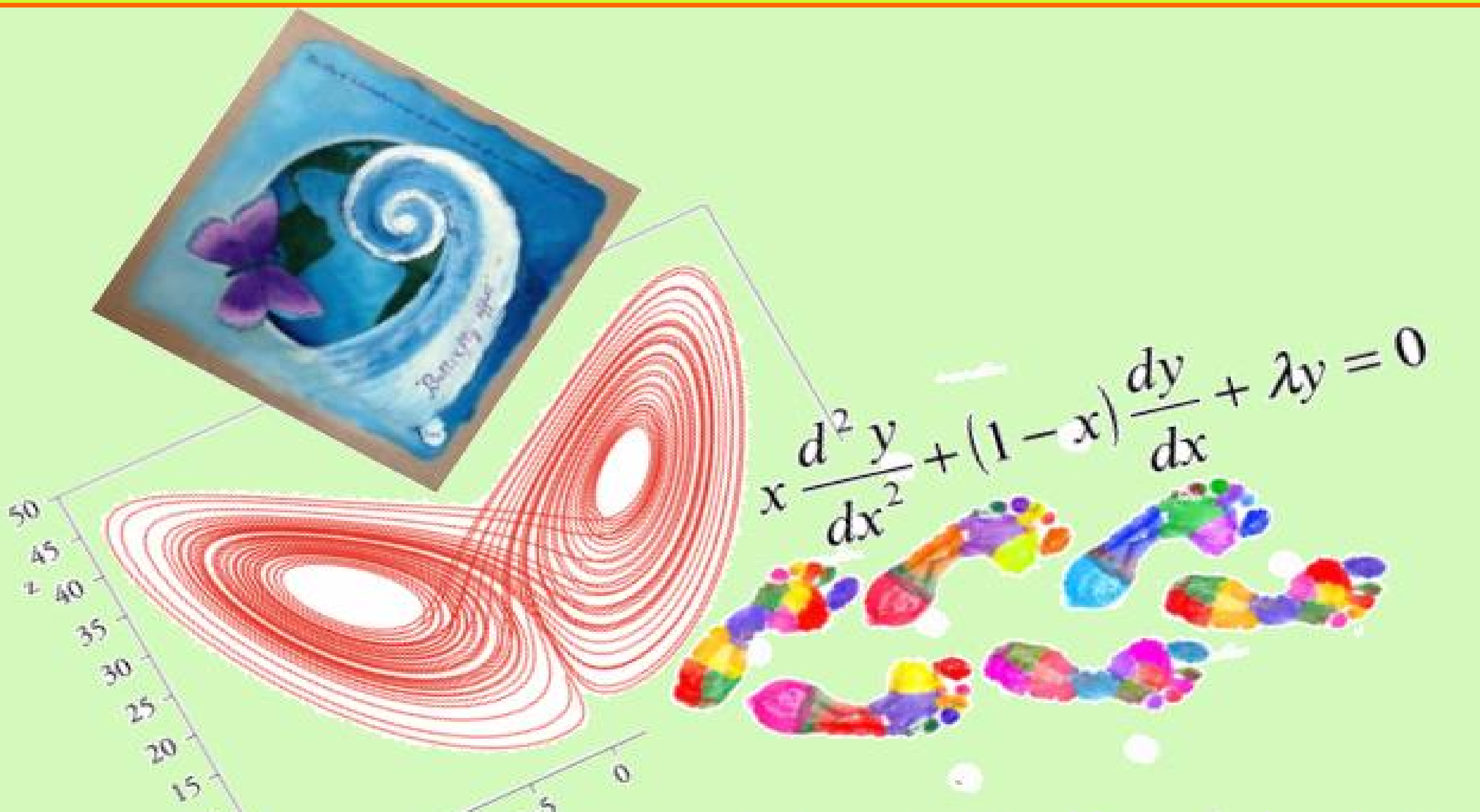
Istituto Tecnico Economico “G.Calò”



Sulle orme matematiche dell'effetto farfalla

Coordinatori:prof.ssa Rosaria Trisolino- prof. Cosimo Massaro

Motivazione/Obiettivi

L’attività progettuale è stata realizzata allo scopo di costruire uno scenario di apprendimento innovativo in cui linguaggi multimediali e ambienti software si integrano a vantaggio della motivazione e partecipazione degli studenti e del potenziamento delle competenze matematiche.

L’attuazione del progetto è stata finalizzata a:

-ampliare gli orizzonti culturali degli studenti proponendo situazioni problematiche coinvolgenti, quale **l’effetto farfalla**;

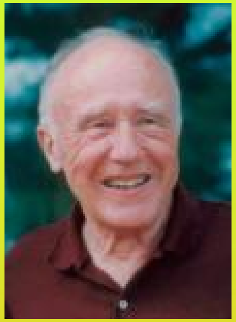
-evidenziare il valore aggiunto fornito dai modelli matematici nell’interpretare l’evoluzione di sistemi reali;

- approfondire le dinamiche storiche sottese alla teoria del **caos deterministico** e all’effetto farfalla;

-risolvere alcune tipologie di equazioni differenziali e di sistemi attraverso l’utilizzo delle potenzialità di ambienti software dedicati, quali **Maple e Mathematica**;

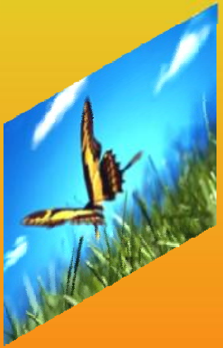
-utilizzare le tecnologie multimediali come strumento e veicolo di interazione formativa -social learning-

Effetto farfalla



Il 29 dicembre del **1979 Edward Lorenz**,un insigne matematico americano e meteorologo del Massachusets Institute of Technology, relazionando nell'ambito della Conferenza annuale della **American Association for the** Advancement of Science, sui sistemi dinamici,esordì con una metafora:
" Does the flap of a butterfly's wings in Brazil set off a tornado in Texas", ossia" Il battito delle ali di una farfalla in Brasile può scatenare un tornado in Texas".

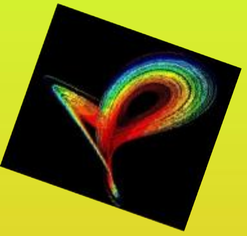
L'insolita quanto suggestiva relazione fu battezzata" **butterfly effect**", effetto farfalla:un'efficace descrizione di modelli di comportamento caotico di sistemi dinamici che mostrano una dipendenza sensibile dalle condizioni iniziali.
La strabiliante scoperta di Lorenz consisteva nell'aver sperimentato come un sistema possa seguire evoluzioni molto diverse, partendo da stati iniziali leggermente differenti,e come le previsioni del suo stato futuro siano sostanzialmente impossibili a lungo termine.



Attrattore di Lorenz

Edward **Lorenz** per primo elaborò un modello matematico dell'atmosfera costituito da **3 equazioni differenziali** non lineari,dove ogni punto (x, y, z) dello spazio simbolizza uno stato dell'atmosfera e l'evoluzione consiste nel seguire una traiettoria di un campo vettoriale.

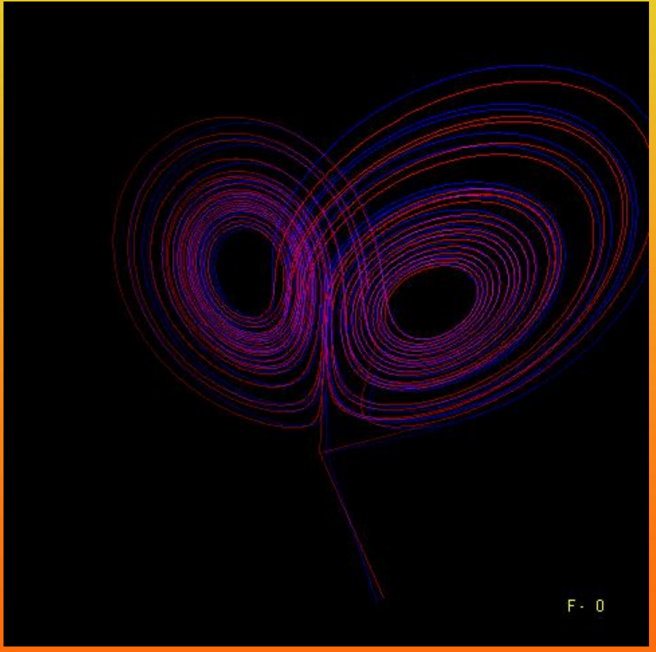
$$\begin{cases} x' = \sigma(y - x) \\ y' = \rho x - y - xz \\ z' = xy - \beta z \end{cases}$$



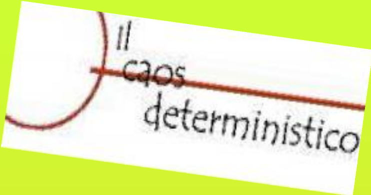
Lorenz ,nel corso di una simulazione del sistema scoprì :

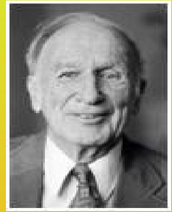
- la **dipendenza sensibile** alle condizioni iniziali: il **caos**;

-rappresentando le traiettorie nello spazio tridimensionale delle variabili di stato, queste andavano a disporsi su una particolare figura , a forma di farfalla,a cui Lorenz, attribuì il nome di **attrattore caotico** o strano,strange attractor: un **frattale** di dimensione **2.06**



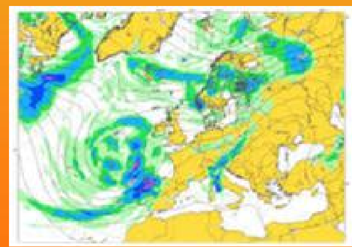
Caos deterministico





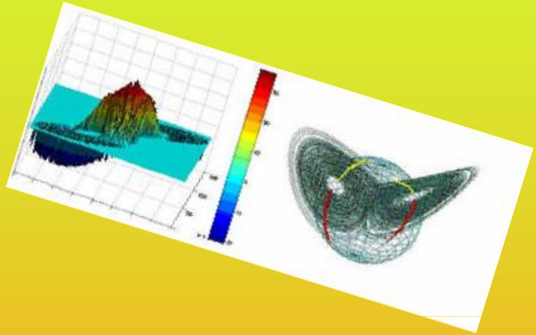
Negli ultimi decenni del XX secolo i matematici, stimolati dall'esigenza di rappresentare mediante modelli matematici i sistemi reali che evolvono nel tempo, quali il moto dei pianeti, il flusso delle correnti atmosferiche, l'andamento giornaliero dei prezzi delle azioni nei mercati finanziari, hanno teorizzato il **caos deterministico**.

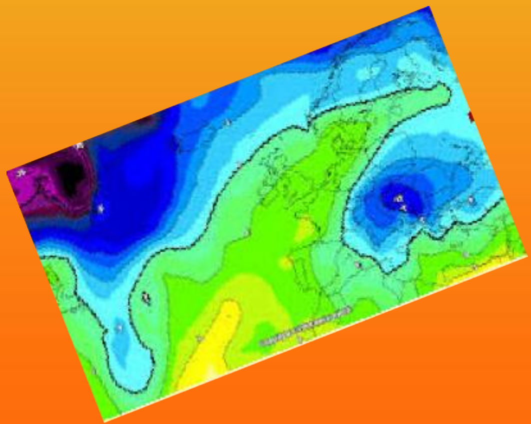
Il caos deterministico evidenzia come
- l'ordine e il disordine convivano senza alcuna contraddizione, sebbene "**caos**" significhi irregolarità, imprevedibilità, "**deterministico**" significhi regolare, prevedibile;
- informazioni trascurate o, trascurabili, possano essere improvvisamente amplificate da relazioni non lineari che legano tra loro le variabili dei **sistemi dinamici** sociali, economici e aziendali.



Sistemi dinamici

Un **sistema dinamico** è un sistema che evolve nel tempo.
Lo stato, ossia la configurazione ad un certo istante t, del sistema è identificato dalle **variabili di stato**, funzioni del tempo. Queste ultime determinano un punto nello spazio delle fasi che, con l'avanzare del tempo, si sposta tracciando una traiettoria che rappresenta l'evoluzione del sistema dinamico.
La **soluzione** del sistema è l'insieme delle traiettorie in funzione delle condizioni iniziali.
In tale ottica i modelli matematici per tali sistemi contengono **equazioni differenziali**





Un sistema dinamico si dice **caotico** se presenta le seguenti caratteristiche:
-sensibilità; imprevedibilità;transitività

Equazioni differenziali

Molte situazioni problematiche vengono descritte mediante modelli matematici costituiti da **equazioni differenziali.**

Un'**equazione differenziale** è un'equazione che lega la variabile indipendente x, la funzione y e alcune sue derivate.

Essa è espressa nella forma:

$$F\left(x, y, y', y''.....y^{n}\right)$$

Esempio eseguito con Mathematica

```
In[11]:=
        Y'[X] + 2 Y[X] == X

Out[11]= 2 Y[X] + Y′[X] == X

In[12]:= DSolve[2 Y[X] + Y′[X] == X, {Y[X]}, {X}]
```

$$\text{Out[12]=}\ \left\{\left\{Y[X] \to -\frac{1}{4} + \frac{X}{2} + e^{-2X}\, C[1]\right\}\right\}$$

Esempio eseguito con Maple

$$y'(x) + 2\cdot y(x) = x$$

$$\xrightarrow{\text{solve DE}}$$

$$y(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4} + e^{-2x}\,\_C1$$

Metodologia

La didattica laboratoriale ha permesso di -affrontare situazioni formative operative, coinvolgendo gli studenti in un processo di costruzione di conoscenze e di sviluppo di competenze di problem solving;

- accrescere la motivazione e la socializzazione degli studenti, favorendo il cooperative learning.

L'implementazione del sito web ha comportato il coinvolgimento di tutti gli studenti che, in relazione alle capacità e competenze , hanno rielaborato i contenuti e progettato l'interfaccia grafica,resa accattivante con immagini, gif animate e video in lingua italiana, francese, inglese e spagnola.

Risultati

La realizzazione del progetto ha favorito l'instaurarsi di rapporti costruttivi tra docenti e studenti, apportando un arricchimento culturale e sociale agli studenti coinvolti.

Il progetto è reperibile all'indirizzo
www.farfallaeffetto.altervista.org