Madd-Spot
La serie speciale di articoli divulgativi di Maddmaths!

Web site
http://maddmaths.simai.eu/

L'ARCHITETTURA DELLE BOLLE DI SAPONE

DI MICHELE EMMER

Abbi divertimento sulla terra e sul mare. Infelice è il diventare famoso! Ricchezze, onori, false illusioni di questo mondo, Tutto non è che bolle di sapone.

Il 9 dicembre 1992 il fisico francese de Gennes, professore al Collège de France, dopo il conferimento del premio Nobel per la fisica concludeva la sua conferenza a Stoccolma con questa poesia, aggiungendo che nessuna conclusione gli sembrava più appropriata. Ma è giustificato un tale interesse per questi oggetti belli, colorati ma fragili, eterei, un soffio e nulla più? Una storia che inizia molti secoli fa e che continua tuttora.

È abbastanza naturale che tra i primi ad essere attratti dalle iridescenti lamine saponate siano stati gli artisti, i pittori in particolare. Mentre per i matematici le bolle di sapone sono modelli di una geometria delle forme molto stabili, per gli artisti, per la maggior parte di coloro che se ne sono occupati, le bolle di sapone sono state oggetto di interesse come allegoria della fragilità, della caducità delle cose umane, della vita stessa.

Figura 1: Anonimo, scuola olandese, XVII secolo, collezione privata.

È interessante notare che pur se molti fenomeni legati alla tensione superficiale erano noti sin dai tempi antichi, la sistematica sperimentazione per spiegarne l'origine ha inizio solo nella seconda metà del XVII secolo. Anche per gli artisti è il secolo XVII quello in cui si manifesta il maggiore interesse per le bolle di sapone. Una serie di incisioni realizzate da Goltzius (1558-1617) è ritenuta l'inizio della fortuna delle bolle nell'arte olandese del XVI e XVII secolo.

Se Hook è tra i primi ad attirare l'attenzione degli scienziati sul problema della formazione dei colori sulle lamine sottili sia liquide che di vetro, è Newton nella *Opticks*, la cui prima edizione è del 1704, a descrivere in dettaglio i fenomeni che si osservano sulla superficie delle lamine saponate.

Per gli scienziati del XVIII non era tuttavia affatto chiaro il legame tra le lamine saponate e alcuni fenomeni naturali che seguono schemi di massimo e di minimo; è solo nel XIX secolo che si capirà come le lamine saponate forniscono un modello sperimentale per problemi di matematica e fisica, inserendosi così a pieno titolo in quel settore della matematica che si chiama *Calcolo delle Variazioni*.

Il problema che in matematica porta il nome di Plateau consiste nel considerare una curva qualsiasi nello spazio e cercare di trovare la superficie che ha quella curva come bordo ed ha la minore area possibile. Se si riesce a costruire un modello tridimensionale della curva, lo si immerge nell'acqua saponata e lo si ritira fuori, si ottiene una superficie saponosa che è la soluzione sperimentale del problema.

È chiaro che se si arriva a dimostrare l'esistenza della soluzione con un metodo abbastanza generale, si otterranno soluzioni per problemi analoghi anche nel caso di curve molto complesse per le quali è impossibile costruire un modello e simulare quindi il comportamento tramite le lamine di sapone.

Antoine Ferdinand Plateau (1801-1883) nel 1829 durante un esperimento espone troppo a lungo i suoi occhi alla luce del sole, il che causa dei danni irreversibili alla sua vista. È in questi anni che inizia a interessarsi alla natura delle forze molecolari presenti nei fluidi, arrivando a scoprire le forme che assumono le lamine di sapone contenute in particolari intelaiature metalliche immerse nell'acqua saponata. Nel 1873 pubblica il risultato di quindici anni di ricerche nei due volumi del trattato *Statique expérimentale et théorique des liquides soumis aux seules forces moléculaires*.

Soffiando con delle pipette nel liquido saponoso, ci si accorge che più si soffia più complesso diventa l'agglomerato di lamine; si potrebbe pensare che conseguenza di questo fatto sia che il modo in cui le diverse lamine si incontrano possa dare luogo a infinite configurazioni. Ed è qui la grande scoperta di Plateau, incredibile a prima vista. Comunque elevato sia il numero di lamine di sapone che vengono a contatto tra loro, non vi possono essere altro che due tipi di configurazioni: o tre superfici che si incontrano lungo una linea o sei superfici che danno luogo a quattro curve che si incontrano in un vertice con angoli di intersezione nel primo caso a 120°, nel secondo a 109° 28'.

Plateau con i suoi esperimenti aveva posto ai matematici due problemi: quello che è noto come problema di Plateau e l'altro sulla geometria delle lamine di sapone. Il primo a porsi il problema di trovare la superficie di area minima delimitata da un contorno chiuso era stato nel XVIII secolo Eulero. Data di nascita ufficiale della teoria delle superfici minime è considerato il 1761, anno in cui viene pubblicato il lavoro di Lagrange *Traité de mécanique céleste: supplément au livre X*.

Per molto tempo l'unica soluzione esplicita al problema di Plateau fu quella ottenuta da Schwarz per un contorno quadrilatero sghembo. È nel 1931 che il matematico Douglas pubblica un lavoro dal titolo *Solution of the problem of Plateau*.

Per i suoi lavori sulle superfici minime Douglas ottenne nel 1936 la medaglia Fields, il più alto riconoscimento per un matematico che viene assegnato ogni quattro anni in occasione del congresso mondiale di matematica. È all'inizio degli anni '60 del secolo scorso che viene introdotto un approccio completamente nuovo al problema di Plateau da parte di De Giorgi e di Reifenberg. L'idea era quella di generalizzare il concetto di superficie, di area, e di contorno per arrivare ad ottenere una soluzione generale del problema di Plateau. Il metodo usato era quello del calcolo delle variazioni, cioè a dire cercare all'interno delle superfici considerate quelle che minimizzavano l'energia del sistema, nel caso specifico dell'area. Utilizzando i metodi diversi e indipendenti di Reifenberg e De Giorgi il problema di Plateau poteva dirsi risolto nella sua generalità.

Restava un'altra questione: la geometria delle lamine di sapone così come erano state scoperte sperimentalmente da Plateau. "In questo lavoro forniamo una classificazione completa della struttura locale delle singolarità nello spazio tridimensionale; i risultati sono che l'insieme singolare di un insieme minimo (gli spigoli cioè) consiste di curve abbastanza regolari lungo le quali si incontrano tre lamine della superficie in angoli eguali di 120° e da punti isolati ove si incontrano quattro di tali curve dando luogo a sei lamine anch'esse con angoli eguali. I risultati si applicano alle molte superfici reali che sono generate dalla tensione superficiale, come un qualsiasi aggregato di lamine di sapone, e quindi forniscono una dimostrazione dei risultati sperimentali ottenuti da Plateau più di cento anni fa." Così inizia uno dei lavori di matematica più noti del secolo scorso, di Jean E. Taylor, *The structure of singularities in soap-bubble-like and soap-film-like minimal surfaces.*

Nel 1887 il famoso fisico Lord Kelvin poneva un problema alla comunità scientifica, quale fosse il poliedro con il quale si può riempire in modo uniforme lo spazio tridimensionale riducendo al minimo l'area superficiale dei solidi e massimizzando il volume contenuto. I primi tentativi vennero fatti con le sfere che ovviamente lasciano dei vuoti tra di loro. Per migliorare il risultato si possono deformare le sfere per riempire i vuoti ed ottenere dei poliedri che hanno 12 facce rombiche, noti con il nome di rombododecaedri. Per molto tempo si è pensato che questa fosse la migliore soluzione possibile. Kelvin esegue diverse esperimenti e arriva ad ottenere un nuovo solido che chiama *tetrakaidecahedron* (tetrakaideca = 14) che ha 14 facce. Con il solido proposto da Lord Kelvin si ottiene un poliedro con un aumento di densità di circa l'1% rispetto al rombododecaedro. Accentuando la curvatura delle facce si ottiene un ulteriore risparmio dello 0.103%. Nel 1994 due fisici irlandesi, Weaire e Phelan, annunciano di aver scoperto una nuova configurazione composta di due poliedri con eguale volume, dodecaedri irregolari incurvati e 14-edra (che aveva utilizzato Kelvin) con facce incurvate, ottenendo una maggiore densità dello 0,3%.

Mostra Internazionale d'Architettura a Venezia del 2004. Tra i progetti premiati, il Watercube che sarà realizzato per le Olimpiadi di Bejing nel 2008: la piscina olimpica. I progettisti della piscina olimpica si sono recati a Dublino per farsi spiegare dai fisici irlandesi come era realizzata la loro soluzione. I poliedri della soluzione di Weaire e Phelan sono stati quindi utilizzati per realizzare la struttura della piscina.

Diceva Mark Twain: "Una bolla di sapone è la cosa più bella, e la più elegante, che

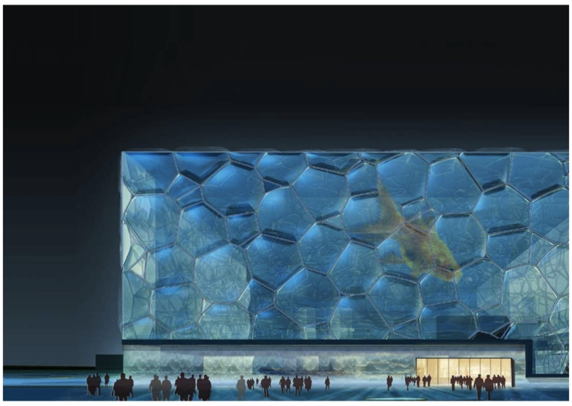

Figura 2: Watercube, Bejing, ©PTW, 2008.

ci sia in natura... Mi chiedo quanto sarebbe necessario per comprare una bolla di sapone se al mondo ne esistesse soltanto una”.

PER APPROFONDIRE:

M. Emmer.
Bolle di sapone. Tra arte e matematica.
Bollati Boringhieri, Torino, 2009.

J. E. Taylor.
The structure of singularities in soap-bubble-like and soap-film-like minimal surfaces.
Annals of Mathematics, 103 (1976), 489–539.
leggi articolo

P. G. de Gennes.
Soft matter.
Science, 256 (1992), 495–497.
leggi articolo

SULL’AUTORE:

Michele Emmer è professore ordinario presso la Sapienza – Università di Roma. I suoi interessi di ricerca hanno riguardato le equazioni alle derivate parziali e le superfici minime. Da trent’anni si occupa di cinema, arte, musica e letteratura. Ha realizzato, in coproduzione con la RAI, oltre una ventina di film sulla matematica. Ha organizzato svariate mostre e conferenze su matematica e arte, e da una quindicina d’anni organizza, all’Università di Venezia, convegni sul tema “Matematica e Cultura”.
E-mail: `emmer@mat.uniroma1.it`