



LA STEREO FOTOMETRIA, OLTRE L'IMMAGINAZIONE

DI ROBERTO MECCA

Il mercato dell'animazione 3D è in forte crescita in questi anni. Stampanti tridimensionali, nuovi strumenti per l'analisi medica e videogiochi per le più moderne console, sono solo alcuni esempi di settori trainanti della computer grafica che domandano sempre migliori risultati di ricostruzione 3D al mondo della ricerca e della "nuova industria".

Diversi metodi usati per ottenere la ricostruzione 3D sono basati sull'utilizzo di immagini digitali (riassumendo, si passa da un'immagine 2D all'oggetto 3D raffigurato nell'immagine). Una sotto-categoria di questa metodologia utilizza immagini digitali dove l'oggetto è illuminato da una sorgente luminosa. L'utilizzo dell'ombreggiatura come caratteristica fisica dovuta all'illuminazione è usata sin dalle più evolute pitture rupestri per dare la percezione tridimensionale degli oggetti in un qualsivoglia contesto. Alcuni esempi di artisti del calibro di Raffaello e Michelangelo (Figura 1) rendono chiaro che il concetto di ombreggiatura è alla base del disegno comunemente detto in "chiaroscuro". In ambito artistico, la difficoltà dal disegnatore è quella di trovare la giusta ombreggiatura per il soggetto in modo da far percepire correttamente la sua forma tridimensionale. Nell'ambito della Computer Vision invece, la



Figura 1: A sinistra, il disegno "Testa di giovane apostolo" di Raffaello. A destra, "L'anima dannata" di Michelangelo.

struttura tridimensionale e la sua relativa ombreggiatura hanno ruoli opposti rispetto a prima. Partendo dall’immagine di un oggetto illuminato, si cerca di ricostruire la sua struttura tridimensionale tramite l’ombreggiatura. Tale problema è noto alla comunità scientifica come il problema di “Shape from Shading” (forma dall’ombreggiatura). Iniziando dal lavoro pionieristico di Horn nel 1975, una vasta letteratura scientifica è stata prodotta da informatici, matematici, fisici e ingegneri di ottica. Nonostante ipotesi ai limiti della reale applicabilità dei metodi elaborati, tali studi non sono stati in grado di definire un metodo che funzioni correttamente. Riassumendo, le ipotesi principali sono relative a:

1. Il modo in cui la luce viene riflessa dall’oggetto sotto osservazione. In genere si dice che la superficie è lambertiana (ossia che la luce viene riflessa in modo uniforme in tutte le direzioni).
2. Il tipo di materiale di cui è fatto l’oggetto deve riflettere uniformemente la stessa percentuale di luce o, in modo complementare, la quantità di luce assorbita dal materiale deve essere uniforme (albedo uniforme).
3. Il tipo di sorgente luminosa. Solitamente si assume che la sorgente sia puntiforme, il che esclude la presenza di luci ambientali o luci riflesse dalla superficie stessa.
4. La posizione della sorgente di luce, che deve essere conosciuta a priori.
5. La presenza di ombre nell’immagine dell’oggetto fotografato. Solitamente esse sono tradotte come una mancanza di informazione.

Per descrivere la fisica di questo problema tramite strumenti matematici si usa l’*equazione di irradianza*, che, sotto le ipotesi precedenti, dipende solamente da due ingredienti: il vettore normale (perpendicolare) alla superficie e quello che definisce la direzione della sorgente luminosa. L’equazione di irradianza traduce in definitiva la quantità di luce riflessa dall’oggetto che poi viene catturata dal sensore di immagine della fotocamera digitale. Il modo più comune di calcolare questa percentuale di luce riflessa è quella di considerare il prodotto scalare tra questi due vettori: più la direzione della luce coincide con la normale, maggiore sarà la luce riflessa dall’oggetto. L’equazione di irradianza è lo strumento più importante per la modellizzazione di tale problema: più l’equazione tiene in considerazione le reali leggi fisiche, più la traduzione matematica sarà completa (ma anche più difficile da trattare!). Invece, solitamente, per semplificare ulteriormente le cose, il punto luce è spesso supposto molto lontano dall’oggetto (teoricamente, infinitamente distante) in modo tale che la direzione con cui la luce impatta sull’oggetto sia sempre la stessa.

L’equazione di irradianza è un’equazione alle derivate parziali del tipo Hamilton-Jacobi. La sua non linearità la rende impossibile da risolvere. In termini tecnici si dice che il problema che ne deriva è mal posto, e quindi non ammette una soluzione unica o comunque non esiste nessun modello che non ammetta ambiguità. Dunque, riassumendo, non è possibile ricavare la superficie 3D di un oggetto utilizzando una sola immagine tramite l’approccio dello Shape from Shading. Nasce quindi la necessità di aumentare le informazioni relative all’oggetto per risolvere il problema della ricostruzione. Da qui sono nate diverse direzioni di ricerca, una tra tutte è quella che

usa la tecnica stereo fotometrica. Essa è completamente basata sul problema dello Shape from Shading, ma utilizza immagini multiple ottenute cambiando la direzione di illuminazione dell'oggetto: Shape from Photometric Stereo (Figura 2).

Sin da quando questa tecnica è stata introdotta (da Woodham, nel 1980), si è subito capito che il numero minimo di immagini da cui partire per ricostruire la superficie tridimensionale era tre. Il problema era quindi risolto!(?) Sì, ma chiaramente i passi successivi erano quelli di eliminare le numerosissime ipotesi elencate prima. Solo la necessità dell'albedo uniforme è una richiesta che automaticamente decade già ai tempi di Woodham, ma tutte le altre giocano un ruolo fondamentale per la buona posizione del modello. Le ricerche sul problema di Shape from Photometric Stereo, fino a pochi anni fa, erano essenzialmente basate sulla metodologia di studio e non dedicavano attenzione alla descrizione del problema con strumenti matematici in grado di spiegare la fisica del problema. Solo negli ultimi anni un nuovo approccio basato su equazioni alle derivate parziali, non solo è stato in grado di affrontare il problema con un maggior rigore matematico, ma ha anche diminuito il numero di ipotesi necessarie per la sua buona posizione. In questo modo, sempre con tre immagini, anche l'ipotesi di assenza di ombre è stata superata.

La potenza di questo nuovo approccio ha diversi aspetti. Innanzitutto, la superficie incognita è la soluzione di un'equazione differenziale. Dunque, approssimando tale soluzione con schemi numerici appropriati, si riesce ad ottenere la forma tridimensionale dell'oggetto con un processo di ricostruzione diretto e più veloce rispetto ai precedenti approcci. Il segreto di questo nuovo modello sta nel considerare l'equazione differenziale che si ottiene dalla divisione (a due e due) delle varie equazioni di irradianza usate nella canonica versione dello Shape from Shading.

Un secondo punto di forza di tale approccio è che il nuovo modo di vedere il problema rende facile l'eliminazione di altre difficoltà come lo studio fotometrico

Shape from Shading: ricostruzione impossibile



Shape from Photometric Stereo

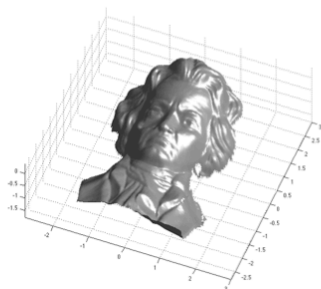


Figura 2: Tre immagini 2D di una statua ottenute con tre diverse illuminazioni. Dalle singole immagini è impossibile ricostruire la superficie 3D, ma combinandole tra loro il problema diventa risolubile.

con sorgenti di luci vicine all’oggetto ispezionato, o come la necessità di conoscere a priori la posizione delle luci. Un’intensa attività di ricerca è ancora in svolgimento.

Concludendo, una domanda viene spontanea: perché l’essere umano è in grado di percepire la forma da una sola immagine? Come mai, dai disegni in chiaro scuro di Figura 1, si è in grado di capire e distinguere nettamente la forma delle teste rappresentate? Nonostante ci siano centinaia di esempi in cui il cervello umano è tratto in inganno (le cosiddette illusioni ottiche), diverse risposte potrebbe essere considerate valide. Una è che il cervello riesce a percepire la forma 3D di un oggetto rispetto ad alcune leggi di riflessione della luce (ma meno con altre). C’è un’altra risposta che lascia spazio a importanti ricerche che si stanno svolgendo in questi anni. Ossia, il cervello, nel corso del tempo immagazzina informazioni che poi utilizza per “interpolare” dati parziali come quelli che provengono da singole immagini. Usando un vocabolario che lascia spazio a interpretazioni meno scientifiche, la struttura 3D è percepita dall’immaginazione. In termini più tecnici, la procedura su cui la maggior parte della comunità scientifica interessata al problema di ricostruzione 3D sta investigando in questi anni, prende il nome di Machine Learning, ossia una nuova tecnica di apprendimento per intelligenze artificiali tramite l’utilizzo di “dizionari”. Nonostante nessuno conosca completamente il funzionamento delle dinamiche delle attività cerebrali, questo metodo ha l’aspirazione (forse eccessiva) di simulare a grandi linee i meccanismi del cervello relativi al riconoscimento visivo. Dall’altro lato, tale modo di cercare di risolvere i problemi, ignora completamente la possibilità di poter spiegare alcuni fenomeni fisici (come quello della riflessione della luce) tramite la matematica che più opportunamente li descrive.

PER APPROFONDIRE:

B. K. P. Horn.

Obtaining shape from shading information.

P. H. Winston (Ed.), *The Psychology of Computer Vision*, pp. 115-155, McGraw-Hill, New York, 1975.

R. J. Woodham.

Photometric method for determining surface orientation from multiple images.

Optical Engineering, 19 (1980), 139–144.

[leggi articolo](#)

R. Mecca, M. Falcone.

Uniqueness and approximation of a photometric shape-from-shading model.

SIAM Journal on Imaging Sciences, 6 (2013), 616–659.

[leggi articolo](#)

L. B. Wolff, E. Angelopoulou.

3-D stereo using photometric ratios.

Computer Vision – ECCV ’94, Lecture Notes in Computer Science, 801 (1994), 247–258, Springer.

SULL'AUTORE:

R. Mecca ha conseguito la laurea ed il dottorato in Matematica Applicata presso la Sapienza – Università di Roma. Attualmente ha un assegno post-doc presso il Computer Science Department del Technion – Israel Institute of Technology.

E-mail: robertom@cs.technion.ac.il