

MATEMATICA SENZA PAURA

di Jo Boaler

INTRODUZIONE

Qualche anno fa Stephen Byers, allora ministro del governo britannico, commise un piccolo errore durante un'intervista. Al ministro fu chiesto di dire quanto facesse 7×8 e lui rispose 54 invece di 56. Per questo errore fu messo in ridicolo su vari media nazionali, e vi furono richieste di revisione dei curricula scolastici che dessero maggiore attenzione alla memorizzazione delle «tabelline». Lo scorso settembre, l'attuale ministro inglese dell'educazione, una persona con nessuna esperienza in ambito educativo, ha preteso che tutti gli studenti inglesi imparino a memoria le tabelline fino a 12×12 prima dei 9 anni. Questa imposizione è stata in seguito estesa a tutti i curricula di matematica del Regno Unito e avrà come conseguenza, a mio parere, un aumento dell'avversione per la matematica e del numero di studenti che cercheranno di evitarla a tutti i costi. Gli Stati Uniti stanno andando nella direzione opposta, in quanto le nuove indicazioni, i Common Core State Standards (CCSS), insistono meno sulla memorizzazione meccanica in matematica. Sfortunatamente, alcune interpretazioni scorrette del significato della parola «fluency»⁽¹⁾, usata nei CCSS, sono molto comuni e le case editrici dei libri di testo continuano a promuovere la memorizzazione meccanica, incoraggiando, ovunque negli Stati Uniti, la persistenza di pratiche didattiche dannose.

I dati di fatto matematici, come i risultati di semplici operazioni, sono importanti, ma la loro memorizzazione attraverso, ad esempio, la ripetizione delle tabelline, l'uso dell'interrogazione o dei test a tempo non è necessaria ed è addirittura dannosa. L'errore del ministro inglese alla domanda 7×8 ha portato soltanto a richieste di aumentare la memorizzazione meccanica. In questo c'è una certa ironia, poiché questo errore ha fatto emergere proprio i limiti di una memorizzazione priva del «senso del numero». Le persone che hanno sviluppato il senso del numero sono quelle che sanno usare i numeri in modo flessibile. Quando si chiede di calcolare 7×8 , una persona che ha il senso del numero può aver memorizzato 56, ma sarebbe anche in grado di ricavarsi il risultato sapendo, per esempio, che 7×7 fa 49 e poi sommando 7 si ottiene 56, oppure che dieci volte 7 fa 70 a cui vanno sottratti due 7 ($70 - 14$). Non avrebbe bisogno di dover fare affidamento sulla memoria a lungo termine. Tra l'altro, i dati di fatto matematici costituiscono solo una piccola parte della matematica e il modo migliore di impararli è

⁽¹⁾ Le parole italiane a cui il termine «fluency» si avvicina maggiormente sono competenza, dimestichezza, scioltezza: la prima viene usata già molto anche nell'ambito dell'apprendimento della matematica e della sua valutazione e assume, quindi, connotazioni in parte diverse da quelle di «fluency». In questa traduzione useremo «dimestichezza».

usando i numeri in modi diversi e in diversi contesti. Sfortunatamente in molte classi si tende a dare importanza alla matematica in modo non produttivo, dando agli studenti l'impressione che queste informazioni costituiscano l'essenza della matematica, e l'impressione (ancora più grave) che essere bravi in matematica equivalga a ricordare velocemente queste informazioni matematiche. Entrambe queste idee sono sbagliate ed è di importanza cruciale che non siano usate in classe, poiché contribuiscono in modo decisivo a produrre studenti ansiosi e poco amanti della matematica. È sicuramente importante riuscire a ricordare alcune informazioni a memoria. Non mi fermo a pensare a quanto fa 8 più 4, perché lo so a memoria come un dato di fatto matematico. Ma ho imparato questi dati di fatto utilizzandoli in diversi contesti matematici, non ripetendoli e venendo sottoposta a test sulla loro memorizzazione. Sono cresciuta durante il periodo progressista in Inghilterra, quando nelle scuole elementari l'attenzione era centrata sul bambino nella sua 'interezza', e non mi hanno mai presentato le tavole dell'addizione, della sottrazione o le tabelline da imparare a memoria. Questo non mi ha mai danneggiata nella vita, anche se sono diventata una professoressa di didattica della matematica. Perché ho sviluppato il senso del numero, una cosa molto più importante da imparare, che include l'apprendimento dei dati di fatto matematici insieme ad una comprensione profonda dei numeri e dei modi in cui sono in relazione tra di loro.

IL SENSO DEL NUMERO

Durante un importante progetto di ricerca, degli scienziati hanno analizzato le strategie con cui gli studenti risolvevano quesiti numerici (Gray & Tall, 1994). Gli studenti, che avevano dai 7 ai 13 anni, erano stati classificati dagli insegnanti in base al loro rendimento – basso, medio o alto – in matematica. È emersa un'importante differenza tra gli studenti a basso e ad alto rendimento: gli studenti ad alto rendimento usavano il senso del numero, mentre gli studenti a basso rendimento no. Gli studenti ad alto rendimento affrontavano una domanda come $19+7$ modificandola in una richiesta equivalente, come $20+6$, diversamente dagli studenti del gruppo a basso rendimento. Quando agli allievi di questo gruppo venivano poste domande come $21-16$, loro contavano all'indietro, cominciando da 21, che è più difficile da fare. Gli studenti ad alto rendimento usavano, invece, altre strategie, come cambiare la sottrazione in $20-15$, che è molto più facile da svolgere. Gli studiosi hanno concluso che gli studenti a basso rendimento sono tali non perché siano meno preparati degli altri studenti, ma perché non usano i numeri in maniera flessibile: sono stati guidati, spesso fin da piccoli, verso l'approccio sbagliato di cercare di memorizzare i metodi, invece che verso l'interazione flessibile con i numeri (Boaler, 2009). Questo approccio sbagliato in genere li porta ad imparare la matematica con un metodo più difficile, e, purtroppo, a stabilire un rapporto più problematico con la matematica per il resto della loro vita.

Il senso del numero è la base per tutta la matematica di alto livello (Feikes & Schwingendorf, 2008). Quando gli studenti non superano i corsi di algebra⁽²⁾ è in generale perché non hanno acquisito il senso del numero. Quando gli studenti lavorano con problemi matematici più elaborati, sviluppano il senso del numero, imparano, e riescono anche a ricordarsi, le principali informazioni matematiche. Quando gli studenti si concentrano sulla memorizzazione delle tabelline, spesso imparano a memoria alcuni dati di fatto matematici senza utilizzare o sviluppare il senso del numero, il che significa che sono molto limitati in quello che possono fare e sono soggetti a commettere errori – come quello che ha messo in ridicolo il politico inglese. La mancanza di senso del numero ha portato ad errori anche più catastrofici, come il mancato avvistamento di stelle nello spazio che il telescopio Hubble avrebbe dovuto fotografare. Il telescopio stava infatti cercando alcune stelle all'interno di una nuvola interstellare, ma non le ha trovate perché qualcuno dei programmatori aveva sbagliato alcuni calcoli (LA Times, 1990). Il senso del numero, fondamentale per lo sviluppo matematico di tutti gli studenti, è inibito da una enfasi eccessiva sulla memorizzazione imposta nelle classi e a casa. Più riteniamo importante la memorizzazione, meno gli allievi saranno disposti a pensare ai numeri e alle loro relazioni e ad usare e sviluppare il senso del numero (Boaler, 2009).

IL CERVELLO E IL SENSO DEL NUMERO

Alcuni studenti non sono bravi quanto altri a memorizzare le informazioni matematiche. Questo è un fatto notevole che fa parte della meravigliosa diversità della vita e delle persone. Immaginiamo quanto sarebbe noioso e demotivante se gli insegnanti dessero verifiche sulle informazioni matematiche e tutti rispondessero nello stesso modo e alla stessa velocità come se fossero dei robot. In un recente studio di neuroscienze sono stati analizzati i cervelli di alcuni studenti mentre veniva insegnato loro ad imparare a memoria delle informazioni di natura matematica. Si è scoperto che alcuni studenti le memorizzavano molto più facilmente di altri. Questo sicuramente non stupirà molti lettori e molti di noi probabilmente staranno pensando che quelli che memorizzavano meglio di altri erano gli studenti a più alto rendimento o «più intelligenti». Invece i ricercatori hanno scoperto che gli studenti che memorizzavano con maggiore facilità non erano gli studenti con prestazioni più alte, ossia non avevano un più alto livello in quella che i ricercatori avevano descritto come «abilità matematica», e non avevano nemmeno un quoziente intellettuale più elevato (Supekar et al., 2013). Le uniche differenze che i ricercatori hanno trovato riguardavano la regione del cervello chiamata ippocampo, che è responsabile della memorizzazione (Supekar et al., 2013). Alcuni studenti saranno più lenti quando memorizzano delle informa-

⁽²⁾ Negli USA sono offerti corsi intitolati «algebra» nella scuola secondaria di secondo grado a partire dal 3° anno, e possono essere a vari livelli a seconda della preparazione dello studente. Se uno studente non supera questi corsi (almeno quello di livello base), l'accesso a molte università è negato.

zioni, ma possono avere comunque enormi potenzialità matematiche. Le informazioni matematiche sono solo una piccolissima parte della matematica, ma sfortunatamente gli studenti che non le memorizzano bene sono spesso portati a credere di non poter aver successo in matematica e così si allontanano dalla materia.

Gli insegnanti negli USA e nel Regno Unito richiedono la memorizzazione delle tabelline, e a volte anche delle tavole di addizione e sottrazione, generalmente perché gli standard curriculari specificano che gli studenti dovranno «avere dimestichezza con i numeri». Parish, riprendendo Fosnot e Dolk (2001), definisce questa ‘dimestichezza con i numeri’ come ‘sapere come un numero può essere composto e decomposto ed usare queste informazioni per essere flessibili ed efficienti nella soluzione di problemi’ (Parish 2014, p. 159). Possiamo credere o meno che raggiungere tale dimestichezza richieda più che il richiamo di dati di fatto matematici; in ogni caso la ricerca mostra in modo evidente una cosa: il modo migliore per sviluppare questa dimestichezza con i numeri è sviluppare il senso del numero e lavorare con i numeri in modi diversi, non memorizzando ciecamente.

Quando gli insegnanti insistono sulla memorizzazione di informazioni matematiche e assegnano dei test per misurarne l’apprendimento, gli studenti soffrono per due ragioni principali. In primo luogo, per circa un terzo degli studenti sono proprio i test a tempo a segnare l’inizio dei fenomeni di ansia verso la matematica (Boaler, 2014). Sian Beilock e i suoi colleghi hanno studiato il funzionamento del cervello di un certo numero di persone utilizzando le immagini di risonanza magnetica e hanno trovato che le informazioni matematiche sono contenute nella parte del cervello solitamente occupata da quella che in psicologia cognitiva si chiama la memoria di lavoro. Però, quando gli studenti sono stressati, come quando devono rispondere a domande di matematica con poco tempo a disposizione, la memoria di lavoro si blocca e gli studenti non riescono ad accedere alle cose che conoscono (Beilock, 2011; Ramirez, et al., 2013). Appena gli studenti si rendono conto che non riescono a rispondere bene alle domande durante i test a tempo, cominciano a sviluppare ansia e la loro autostima in matematica diminuisce. Il blocco della memoria di lavoro e l’ansia associata si riscontrano soprattutto negli studenti con più alto potenziale matematico e nei soggetti di sesso femminile. Stime per difetto suggeriscono che almeno un terzo degli studenti subisca un forte stress durante i test a tempo, e questi non sono studenti di un particolare livello di rendimento scolastico o di un particolare ceto socio-economico. Quando sottoponiamo studenti a questo tipo di esperienza ansiogena li allontaniamo dalla matematica.

L’ansia in matematica è stata rilevata recentemente addirittura in studenti di 5 anni (Ramirez, et al., 2013) e i test a tempo sono una delle maggiori cause di questa condizione debilitante e che spesso può durare per tutta la vita. Ma c’è un secondo motivo altrettanto importante per non utilizzare i test a tempo, ed è che favoriscono una vera e propria diaspora degli studenti dalla matematica. Nei miei corsi alla Stanford University incontro numerosi studenti traumatizzati, nonostante siano fra gli studenti con il maggior rendimento scolastico della nazione. Quando chiedo loro che cosa li ha portati a odiare la matematica, molti di loro parlano dei test a tempo

in seconda o terza elementare come di un importante punto di svolta nel decidere che la matematica non faceva per loro. Alcuni di questi studenti, soprattutto le ragazze, parlano del loro bisogno di capire a fondo, che sarebbe un obiettivo molto importante, e di come sia stato fatto percepire loro che capire a fondo non era importante o nemmeno richiesto quando i test a tempo intervenivano nell'ora di matematica. Magari stavano anche svolgendo altri lavori più importanti in matematica, puntando alla comprensione e alla costruzione di significati, ma i test a tempo provocavano emozioni talmente forti che gli studenti erano portati a convincersi che sapere velocemente i dati di fatto matematici era l'essenza della matematica. Questo è veramente sbagliato. Oggi vediamo le conseguenze di un'eccessiva importanza data alla memorizzazione e ai test a tempo nel numero di studenti che abbandonano la matematica e nella crisi attuale della matematica (si veda il sito youcubed.stanford.edu). Quando mia figlia in Inghilterra ha cominciato ad imparare a memoria le tabelline con i test a tempo all'età di 5 anni, ha cominciato a tornare a casa e a piangere quando parlava di matematica. Questa non è l'emozione che vogliamo che gli studenti associno alla matematica, ma finché non la smettiamo di mettere gli studenti sotto pressione imponendo la memorizzazione veloce di semplici dati di fatto, non riusciremo a eliminare l'ansia e il disgusto verso la matematica che pervade gli USA e il Regno Unito (Silva & White, 2013; National Numeracy, 2014).

Recentemente alcuni neuroscienziati hanno scoperto che gli studenti che sono più bravi a risolvere problemi numerici sono quelli che utilizzano due diverse reti neurali – una numerica e simbolica e l'altra che coinvolge il ragionamento più intuitivo e a carattere spaziale (Park & Brannon, 2013).

PERCHÉ LA MATEMATICA È TRATTATA DIVERSAMENTE?

Per diventare uno studente bravo in lettere, per leggere e capire romanzi, o poesie, gli studenti hanno bisogno di memorizzare i significati di molte parole. Tuttavia nessuno studente direbbe che la materia «lettere» riguarda la memorizzazione e il richiamo veloce di parole. Questo è perché impariamo le parole usandole in molte situazioni diverse – parlando, leggendo, e scrivendo. Gli insegnanti di lettere non assegnano liste di centinaia di parole da imparare a memoria per poi sottoporre gli studenti a test a tempo. Tutte le materie hanno bisogno della memorizzazione di alcune informazioni, ma la matematica è l'unica materia nella quale gli insegnanti credono che sia necessario valutare la memorizzazione con test a tempo. Perché trattiamo la matematica in questo modo?

La matematica soffre già di suo di un grosso problema di immagine. Raramente gli studenti piangono per altre materie, e non pensano che nessun'altra materia sia solo una questione di memoria e di velocità. L'uso di metodi didattici e di supporto familiare che danno importanza alla memorizzazione di informazioni matematiche costituisce il motivo fondamentale per cui gli studenti si «sconnettono» dalla matematica. Molte persone potrebbero argomentare che la matematica è diversa

dalle altre materie e che dev'essere così – che la matematica riguarda soltanto rispondere correttamente, non interpretare o sviluppare significati. Questo è un altro errore. Il cuore della matematica è il ragionamento – pensare a fondo al perché una certa strategia risolutiva abbia senso e funzioni e discutere i motivi per usare diverse strategie risolutive (Boaler, 2013). Le informazioni matematiche costituiscono una piccola parte della matematica e probabilmente la parte meno interessante. Non sto dicendo che le scuole non dovrebbero insegnare anche il calcolo, ma è l'equilibrio che deve cambiare, e gli studenti devono imparare a calcolare usando il senso del numero, oltre che dedicare più tempo agli aspetti poco considerati, ma cruciali, della matematica come il problem solving e il ragionamento.

Nell'insegnare il senso del numero e i dati di fatto numerici è importante non dare mai importanza alla velocità. Questo è vero per tutta la matematica. C'è un'idea comune sbagliata e molto dannosa in matematica – l'idea che gli studenti bravi in matematica siano quelli veloci. Lavoro con molti matematici e una cosa che ho notato è che non sono particolarmente veloci con i numeri, addirittura alcuni sono piuttosto lenti. Questo non è un difetto, sono lenti perché pensano a fondo e attentamente alla matematica. Laurent Schwartz, un matematico di altissimo livello, scrisse un'autobiografia sul periodo in cui andava a scuola e su come lo avessero fatto sentire «stupido» perché era uno dei pensatori più lenti della classe in matematica (Schwartz, 2001). Gli ci sono voluti molti anni di questa sensazione di inadeguatezza per arrivare alla conclusione che: 'la rapidità non ha una relazione precisa con l'intelligenza. Quello che è importante è comprendere a fondo le cose e le relazioni tra loro. Qui sta l'intelligenza. Il fatto di essere veloci o lenti non è davvero importante' (Schwartz, 2001). Purtroppo l'insegnamento della matematica caratterizzato da velocità e dai test a tempo porta molti studenti, che magari sono pensatori lenti e profondi, come Schwartz, a credere di non poter riuscire in matematica.

L'AVERE DIMESTICHEZZA CON I NUMERI E IL CURRICULUM

Negli USA le nuove indicazioni – chiamate 'Common Core' curriculum – comprendono l'aver dimestichezza con i numeri come uno degli obiettivi. La dimestichezza con i numeri emerge quando gli studenti sviluppano il senso del numero, quando hanno sicurezza in matematica perché capiscono i numeri. Sfortunatamente, questo «avere dimestichezza» spesso viene interpretato in modo scorretto. 'Engage New York' è un curriculum che sta diventando molto popolare negli USA e che ne propone un'interpretazione scorretta per almeno due motivi:

Sviluppare dimestichezza: Gli studenti devono sviluppare velocità e accuratezza nei calcoli semplici; gli insegnanti organizzano il tempo della lezione e/o quello dedicato ai compiti per casa per far memorizzare agli allievi, attraverso la ripetizione, attività basilari come le tabelline in modo che essi sviluppino negli studenti maggiori capacità di comprendere e manipolare attività più complesse. (Engage New York).

Molti problemi emergono da questa direttiva. Velocità e accuratezza sono due direzioni da cui ci dobbiamo rapidamente allontanare, non certo verso cui dobbiamo andare. In modo altrettanto problematico, 'Engage New York' mette in relazione la memorizzazione di informazioni numeriche con la comprensione profonda di attività più complesse, il che non è affatto supportato dalla ricerca. Quando la ricerca parla della comprensione da parte di studenti di attività complesse, parla di studenti che hanno sviluppato il senso del numero e una comprensione profonda dei principi numerici, non di studenti che hanno memorizzato meccanicamente o che richiamano velocemente dati di fatto (Boaler, 2009). Al momento sto lavorando con alcuni ricercatori sui test del PISA all'OECD. Il team del PISA non solo progetta prove internazionali di matematica ogni 4 anni, ma raccoglie anche dati sulle strategie matematiche utilizzate dagli studenti. I loro dati, raccolti su 13 milioni di studenti di 15 anni in tutto il mondo, mostrano che gli studenti a più basso rendimento sono quelli che concentrano gli sforzi sull'apprendimento mnemonico e che credono che memorizzare sia importante quando si studia matematica (Boaler & Zoido, in press). Questa idea comincia molto presto all'interno delle classi di matematica ed è un'idea che dovremmo estirpare. Gli studenti con prestazioni più alte al mondo sono quelli che si concentrano sulle grandi idee in matematica, e sulle relazioni tra le idee. Gli studenti sviluppano una visione organica della matematica quando lavorano in modo concettuale e sostituiscono la memorizzazione meccanica con lo sviluppo di significati.

Nel Regno Unito le attuali direttive ministeriali possono ugualmente creare danni. Il nuovo curriculum nazionale afferma che tutti gli allievi dovrebbero aver 'memorizzato le tabelline fino a quella del 12 inclusa' entro l'età di 9 anni, e anche se gli allievi possono memorizzare le moltiplicazioni fino al 12×12 attraverso attività ricche e coinvolgenti, questa indicazione sta portando di fatto gli insegnanti a dare agli allievi tabelline da imparare a memoria per poi sottoporli a test a tempo. È stato costituito un gruppo di educatori di alto livello nel Regno Unito, diretto dall'autore di libri per bambini e poeta Michael Rosen, per sottolineare i danni delle attuali pratiche scolastiche e l'aumento del numero di bambini di scuola primaria che ora piangono per lo stress mentre vanno a scuola, stress causato dall'eccesso di somministrazione di test a tempo (Garner, *The Independent*, 2014). La matematica è la causa principale di ansia e paura negli studenti e l'attenzione spropositata e non necessaria sulla memorizzazione di informazioni matematiche nei primissimi anni è una delle cause principali di questo fenomeno.

CONCLUSIONE: SAPERE È POTERE

Nella sezione dedicata alla rivista Archimede nel sito MaddMaths!

<http://maddmaths.simai.eu/category/archimede/boaler-1>

troverete alcune proposte di attività e una maggiore bibliografia. Le attività descritte nel sito propongono giochi e consegne in cui gli studenti imparano l'aritmetica

mentre si impegnano su una cosa che li diverte, invece che su una cosa che li spaventa. Le diverse attività promuovono anche una comprensione dell'addizione e della moltiplicazione, invece che forme di memorizzazione meccanica.

Come educatori tutti condividiamo l'obiettivo di sviluppare studenti capaci in grado di apprendere la matematica che siano in grado di pensare in modo consapevole oltre che ad avere dimestichezza con i numeri. Tuttavia gli insegnanti, gli autori di libri di testo e le case editrici spesso non sono in grado di far riferimento ai migliori risultati della ricerca nel settore e questo ha portato a pratiche non produttive e addirittura dannose in classe. In questo articolo ho mostrato i danni che vengono causati da pratiche che spesso caratterizzano l'insegnamento della matematica – pressione dettata dall'imposizione del tempo nei test e memorizzazione meccanica – e ho riportato alcune evidenze scientifiche su di un fenomeno molto diverso – il senso del numero. Studenti ad alto rendimento usano il senso del numero, ed è di importanza fondamentale che anche gli studenti a basso rendimento, invece che subire l'imposizione di test a tempo e della memorizzazione meccanica, imparino ad usare i numeri in modo flessibile e concettuale. La memorizzazione e i test a tempo sbarrano la strada allo sviluppo del senso del numero, dando agli studenti l'impressione che costruire significati in matematica non sia importante. Abbiamo bisogno di riorientare al più presto l'insegnamento elementare dei numeri e del senso del numero negli USA e nel Regno Unito. Se non lo faremo, allora i casi di insuccesso in matematica e la percentuale degli studenti che abbandonano la matematica⁽³⁾ – che è già ora a livelli da record (National Numeracy, 2014; Silva & White, 2013) – continueranno a crescere. Quando diamo tanta importanza alla memorizzazione meccanica e ai test a tempo in nome della dimestichezza con la matematica, stiamo in realtà danneggiando gli studenti, stiamo mettendo a rischio il futuro della nostra società sempre più orientata quantitativamente, e stiamo mettendo a rischio la matematica stessa come disciplina. La ricerca ci fornisce il sapere necessario per cambiare rotta e consentire a tutti gli studenti di avere buoni risultati nell'apprendimento della matematica. È arrivato il momento di utilizzare questo sapere.

Ringraziamenti

Archimede e la traduttrice desiderano ringraziare Jo Boaler e l'organizzazione YouCubed per aver accordato il permesso di tradurre e ripubblicare l'articolo.

Jo Boaler

Professor of Mathematics Education, co-founder di YouCubed,
con la collaborazione di Cathy Williams & Amanda Confer Stanford University;
pubblicato online su <https://www.youcubed.org/fluency-without-fear/>
tradotto da **Anna Baccaglioni-Frank** con il permesso dell'autrice
joboaler@stanford.edu

⁽³⁾ Negli USA questo è possibile perché nella scuola secondaria molte materie possono essere scelte dagli studenti.