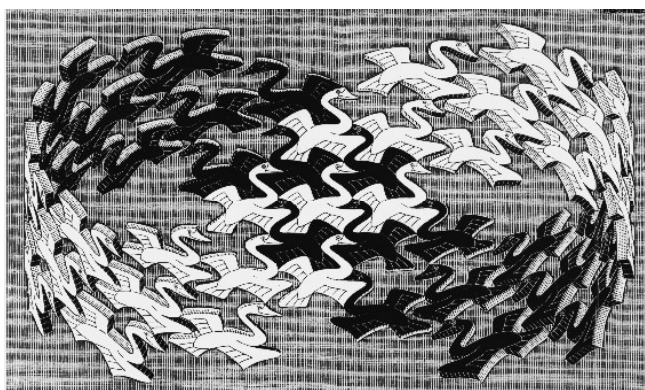




COLLOQUIA DI DIPARTIMENTO 2009



A. Figalli

University of Texas at Austin

Trasporto ottimale, regolarità e geometria Riemanniana

Lunedì 21 dicembre 2009 ore 14.30

Aula 'Dal Passo' Dipartimento di Matematica

Abstract: Date due misure di probabilità μ e ν su R^n (o su una varietà Riemanniana), il problema del trasporto ottimale consiste nel trasportare μ su ν nella maniera più 'economica' possibile: supponendo che trasportare un punto da x a y costi $|x-y|^2$ (o $d(x,y)^2$ se siamo su una varietà), si vuole trovare una mappa T che trasporti μ su ν minimizzando il costo totale.

Il problema dell'esistenza e unicità di tale mappa è stato risolto prima in ambito Euclideo da Brenier (1987), poi su una varietà Riemanniana da McCann (2000). Tra le varie questioni che si sono presentate, una importante è stata capire la regolarità della mappa ottimale.

Il problema su R^n è stato risolto da Caffarelli negli anni '90, mentre la questione su una varietà generica è rimasta completamente aperta fino a pochi anni fa, quando Ma-Trudinger-Wang hanno introdotto una misteriosa condizione sulla funzione $d(x,y)^2$ che si è poi rivelata necessaria e sufficiente per avere la regolarità.

Lo studio di questa condizione da un punto di vista puramente Riemanniano ha recentemente permesso di dimostrare dei forti risultati sulla stabilità del cut-locus rispetto a perturbazioni della metrica.

Questo talk vuole essere una overview di tutti questi risultati ed è pensato per essere accessibile a tutti, senza alcun particolare prerequisito.